SPOLOČNÝ PRENÁJOM

Po vyriešení úlohy 1 odporúčame diskutovať o tom, že v reálnom živote sa zvyčajne kupuje radšej viac farby ako menej. Ak farba ostane, dá sa použiť neskôr. Ak by sa kúpilo množstvo presne podľa výpočtu, mohlo by sa stať, že by farba chýbala a bolo by potrebné dokupovať ju.

Jedno z možných riešení úlohy 2 je na obrázku pred úlohou 4. Žiaci by preto tento obrázok nemali vidieť skôr, než vyriešia úlohu 2. Ak sa tomu nedá zabrániť, môže učiteľ vyzvať žiakov, aby skúsili nájsť iné riešenie, než je znázornené na obrázku pred úlohou 4.

Úloha 3 je vhodná na domácu aktivitu. Odporúčame vyhlásiť súťaž o najlepší návrh (teda rozdelenie s čo najväčšou plochou jednej pivnice spĺňajúce podmienky pred úlohou 2). Vyhráva každý, kto bude mať túto plochu maximálne o 5 % menšiu ako odovzdaný návrh s najväčšou plochou. Podmienku 5 % sme dali preto, aby súťaž mohla mať viac víťazov.

Úlohu 4 odporúčame riešiť až po vyriešení a prediskutovaní úlohy 2. Po vyriešení úlohy 4 odporúčame diskusiu o tom, nakoľko presne má zmysel počítať plochy jednotlivých miestností. Je totiž otázne, či pri stavebných úpravách v reálnom živote dokážeme jednotlivé priečky umiestniť s presnosťou na centimetre.

1. Balenia, ktorých celková hmotnosť je **17,5 kg** (10 + 7,5 alebo 5 + 5 + 7,5) alebo **20 kg** (10 + 10 alebo 7,5 + 7,5 + 5 alebo 10 + 5 + 5 alebo 5 + 5 + 5 + 5)

   Celkovú plochu, ktorú treba vymaľovať, môžeme

   1. *vypočítať presne*: Plochu stien, ktorú treba maľovať, vypočítame ako obsah stien (vrátane okna a dverí, ten je $2\cdot 3\cdot(3{,}8+5{,}1)=53{,}4$ m²) mínus obsah okna a dverí (ten je $0{,}5\cdot 2+1\cdot 2=3$ m²):

      $$3\cdot 2\cdot(3{,}8+5{,}1)-0{,}5\cdot 2-1\cdot 2=50{,}4 \text{ m}^2.$$

      Plocha stropu miestnosti je $3{,}8\cdot 5{,}1=19{,}38$ m², preto celková plocha, ktorú treba vymaľovať, je

      $$50{,}4+19{,}38=69{,}78 \text{ m}^2.$$

      Na jeden náter potrebujeme

      $$69{,}78:8=8{,}722\,5 \text{ kg farby,}$$

      teda na dva nátery to bude

      $$8{,}722\,5\cdot 2=17{,}445 \text{ kg farby.}$$

   2. *odhadnúť*: Na rozdiel od predchádzajúceho výpočtu neodrátame plochu okna a dverí. Plocha stien (vrátane okien a dverí) a stropu je 72,78 m². Na jeden náter treba $72{,}78:8=9{,}097\,5$ kg farby, na dva nátery $2\cdot 9{,}097\,5=18{,}195$ kg farby.

      Prvý z uvedených výsledkov (17,445 kg farby) vedie k dvom možným odpovediam:

      a) *„matematická" odpoveď*: Kúpime celkom 17,5 kg farby (jedno 10 kg a jedno 7,5 kg balenie alebo dve 5 kg a jedno 7,5 kg balenie). V tomto prípade ale riskujeme, že nakúpené množstvo farby nebude stačiť a budeme nútení dokúpiť ďalších 5 kg (to je najmenšie balenie, ktoré majú v obchode).

      b) *odpoveď zohľadňujúca skúsenosti z reálneho života*: Nebudeme riskovať a kúpime celkom 20 kg farby (dve 10 kg balenia alebo jedno 10 kg a dve 5 kg balenia alebo dve 7,5 kg a jedno 5 kg balenie alebo štyri 5 kg balenia).

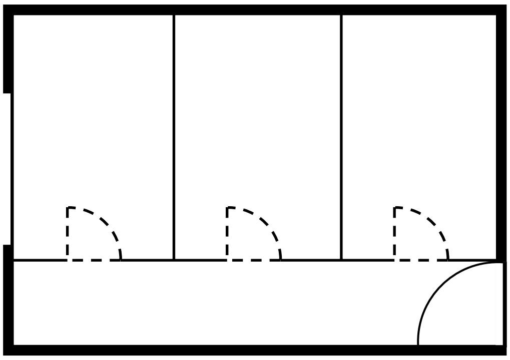
      Ak budeme vychádzať z druhého výsledku (18,195 kg farby), kúpime celkom 20 kg farby. Odpoveď v tomto prípade bude rovnaká ako odpoveď b) pre výsledok 17,445 kg farby.

2. Úloha má viac riešení. Predpokladáme, že najčastejšie žiaci uvedú niektoré z riešení, ktoré sú na obrázkoch *riešenie A, riešenie B, riešenie C a riešenie D.* Plocha jednej pivnice (zaokrúhlená na celé dm²) v uvedených riešeniach je postupne **476 dm², 519 dm², 556 dm² a 522 dm².**

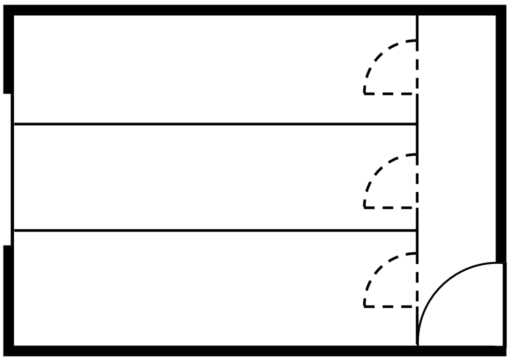
   Za najpravdepodobnejšie pokladáme riešenia A a B (predpokladáme totiž, že veľa žiakov bude hľadať len možnosti, v ktorých všetky pivnice majú rovnaký tvar).

V riešeniach C a D majú jednotlivé pivnice rovnakú plochu, ale jedna z nich má iné rozmery ako zvyšné dve.

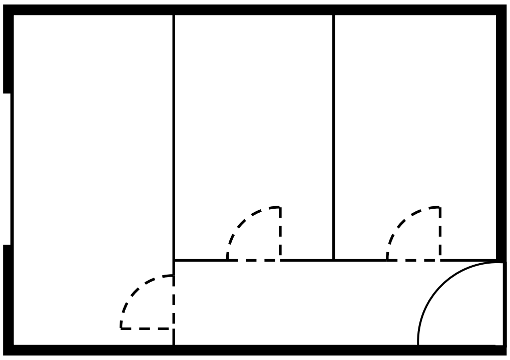
Okrem uvedených štyroch možností existujú aj ďalšie riešenia (jedno z nich uvádzame v riešení úlohy 3).



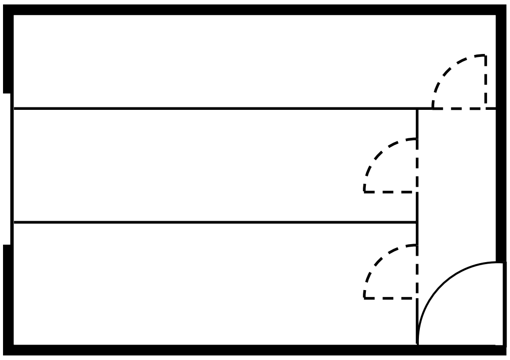
riešenie A



riešenie B



riešenie C



riešenie D

Plochy jednej pivnice v riešeniach A a B

- riešenie A:

$$\frac{5{,}1}{3}\cdot(3{,}8-1)=4{,}76\ \text{m}^2=476\ \text{dm}^2,$$

- riešenie B:

$$(5{,}1-1)\cdot\frac{3{,}8}{3}=5{,}193\,3\ldots\ \text{m}^2=519{,}33\ldots\ \text{dm}^2\approx 519\ \text{dm}^2.$$

Plochu jednej pivnice v riešeniach C a D možno vypočítať viacerými spôsobmi. Uvedieme tri, dva z nich budeme dokumentovať na výpočte plochy v riešení C, tretí na výpočte plochy v riešení D.

Plocha jednej pivnice v riešení C

1. Najdlhšia miestnosť má dĺžku 5,1 m, zvyšné dve 4,1 m. Kratšie miestnosti majú rovnakú šírku, označme ju y. Potom tretia miestnosť má šírku $3{,}8-2y$. Všetky miestnosti majú rovnakú plochu, preto

$$4{,}1\cdot y=5{,}1\cdot(3{,}8-2y).$$

   Riešením tejto rovnice postupne dostávame

$$4{,}1y=19{,}38-10{,}2y,\qquad 14{,}3y=19{,}38,\qquad y=\frac{19{,}38}{14{,}3}\ \text{m}.$$

   Hľadaná plocha jednej pivnice (napríklad jednej z dvoch kratších) je potom

$$4{,}1\cdot y=4{,}1\cdot\frac{19{,}38}{14{,}3}=5{,}556\ldots\ \text{m}^2\approx 556\ \text{dm}^2.$$

2. Ak označíme dĺžku chodby x, tak plocha miestností bude $4{,}1\cdot\frac{x}{2}$, $4{,}1\cdot\frac{x}{2}$ a $5{,}1\cdot(3{,}8-x)$. Všetky miestnosti majú rovnakú plochu, preto

$$4{,}1\cdot\frac{x}{2}=5{,}1\cdot(3{,}8-x).$$

Riešením tejto rovnice postupne dostávame

$$4{,}1\cdot\frac{x}{2}=19{,}38-5{,}1x, \qquad 4{,}1x=38{,}76-10{,}2x, \qquad 14{,}3x=38{,}76,$$

$$x=\frac{38{,}76}{14{,}3}=2{,}710\,489\ldots\ \text{m}.$$

Plocha jednej pivnice (napríklad jednej z dvoch kratších) je potom

$$4{,}1\cdot\frac{2{,}710\,489\ldots}{2}=5{,}556\,503\ldots\ \text{dm}^2=555{,}650\,3\ldots\ \text{m}^2\approx 556\ \text{m}^2.$$

Plocha jednej pivnice v riešení D

Najdlhšia miestnosť má dĺžku 3,8 m, zvyšné dve 2,8 m. Všetky majú mať rovnakú plochu, tú označíme P. Pomocou plochy P a dĺžky miestnosti môžeme vyjadriť jej šírku. Šírky našich troch pivníc budú $\frac{P}{3{,}8}$, $\frac{P}{2{,}8}$ a $\frac{P}{2{,}8}$. Súčet uvedených šírok je 5,1 (pozri obrázok *riešenie D*):

$$\frac{P}{3{,}8}+\frac{P}{2{,}8}+\frac{P}{2{,}8}=5{,}1.$$

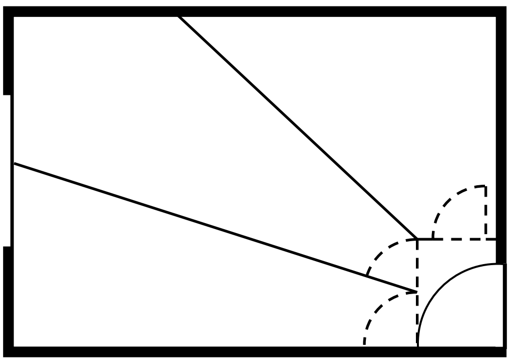
Riešením tejto rovnice postupne dostávame

$$P\left(\frac{1}{3{,}8}+\frac{2}{2{,}8}\right)=5{,}1, \qquad P=\frac{5{,}1}{\frac{1}{3{,}8}+\frac{2}{2{,}8}}=5{,}217\,6\ldots\ \text{m}^2=521{,}76\ldots\ \text{dm}^2\approx 522\ \text{dm}^2.$$

3. najväčšia možná plocha jednej pivnice je **606 dm², ** jedno z možných riešení je na obrázku (rozmery chodbičky sú 1 m × 1,2 m)

   Plocha jednotlivých častí bude najväčšia, ak bude plocha chodbičky najmenšia. Chodbička má podľa zadania tvar obdĺžnika, jeho najmenšie možné rozmery sú 1 m × 1,2 m (šírka 1 meter je daná v zadaní, v jednej zo stien chodbičky musia byť dvoje dvere šírky 60 cm, preto táto stena musí mať dĺžku aspoň 1,2 m). Teda plocha chodbičky je aspoň 120 dm². Celá miestnosť má plochu $51\cdot 38=1\,938$ dm², preto na jednu pivnicu pripadne najviac

$$\frac{1\,938-120}{3}=606\ \text{dm}^2.$$



4. Plocha jednej pivnice bude približne **536** dm².

   Uvádzame jeden z viacerých podobných postupov.

Chodbička má šírku 10 decimetrov, jej dĺžku v decimetroch označíme z. Potom dĺžky jednotlivých pivníc budú

$$41 - 0{,}5 = 40{,}5 \text{ dm}, \qquad 40{,}5 \text{ dm} \qquad \text{a} \qquad 51 \text{ dm}.$$

Ich šírky v decimetroch budú

$$\frac{z-0{,}5}{2}, \qquad \frac{z-0{,}5}{2} \qquad \text{a} \qquad 38 - 0{,}5 - z = 37{,}5 - z\,.$$

Pivnice majú rovnakú plochu, preto

$$40{,}5 \cdot \frac{z-0{,}5}{2} = 51 \cdot (37{,}5 - z)\,.$$

Riešením tejto rovnice dostávame

$$40{,}5z - 20{,}25 = 3\,825 - 102z\,, \qquad 142{,}5z = 3\,845{,}25\,, \qquad z = \frac{3\,845{,}25}{142{,}5} = 26{,}984\,210\ldots\,.$$

Potom plocha jednej pivnice (napríklad tej najdlhšej) bude

$$51 \cdot (37{,}5 - z) = 51 \cdot 10{,}515\,789\ldots = 536{,}305\ldots \approx 536 \text{ dm}^2.$$

Poznámka. K výsledku 536 dm² možno dospieť aj nasledujúcou úvahou:

Keby sme zanedbali šírku priečok, boli by ich dĺžky 51 *dm,* 41 *dm a približne* 27,1 *dm (pozri riešenie 2 časti* Plocha jednej pivnice v riešení C v *riešení úlohy 2). Ak každá z týchto priečok bude mať šírku* 5 *cm =* 0,5 *dm, tak plocha zabraná priečkami bude*

$$51 \cdot 0{,}5 + 41 \cdot 0{,}5 + 27{,}1 \cdot 0{,}5 = 59{,}55 \text{ dm}^2.$$

Celková plocha prenajatej miestnosti je $51 \cdot 38 = 1\,938$ *dm², chodbička má plochu približne* $10 \cdot 27{,}1 = 271$ *dm². Na každú z troch pivníc tak zostáva približne*

$$\frac{1\,938 - 271 - 59{,}55}{3} = 535{,}81\ldots \approx 536 \text{ dm}^2.$$

V uvedenej podobe však táto úvaha nie je korektná, prinajmenšom z dvoch dôvodov:

- *Keby mala chodbička dĺžku približne* 27,1 *dm, tak najdlhšia pivnica by mala rozmery* $38 - 27{,}1 - 0{,}5$ *dm a* 51 *dm a jej plocha by bola*

  $$(38 - 27{,}1 - 0{,}5) \cdot 51 = 530{,}4 \approx 530 \text{ dm}^2,$$

  čo je menej ako vypočítaných 536 *dm².*

- *V skutočnosti nemôže mať priečka oddeľujúca dve kratšie pivnice dĺžku* 41 *dm, ale len* 40,5 *dm (o* 0,5 *dm ju skráti šírka priečky, ktorá tvorí stenu chodbičky).*